Lycée : - Zeramdine Lycée - Sahline Lycée secondaire Jemmel	EXAMEN DU BAC BLANC (2009/2010) EPREUVE : MATHEMATIQUES	NIVEAU : $4^{ème}$ SC DUREE : 3 H

Exercice n°1:(3pts)

Cocher la réponse exacte.

1) *Si* $f(x) = x^{1-x}$ *alors* :

☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ☐ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

2) *La durée de vie X d'un ordinateur avant qu'il subisse la première panne est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre* λ.

a – La valeur exacte de t pour laquelle $P(X \leq t) = P(X \geq t)$.

☐ $\frac{ln(2)}{\lambda}$ ☐ $\frac{\lambda}{ln(2)}$ ☐ $ln(\frac{\lambda}{2})$

b – La probabilité qu'un ordinateur n'a pas eu de panne durant les deux premières années est 0,2 *alors la valeur exacte de* λ *est* :

☐ $\frac{ln(5)}{2}$ ☐ $\frac{ln(0.2)}{2}$ ☐ 0.804

Exercice n°2:(4pts)

Une bibliothécaire a constaté que :

- *Lorsqu'un étudiant choisit un livre, ce livre est une bande dessinée avec une probabilité égale à* 0.3 *ou un roman une fois sur cinq ; sinon c'est un livre de cours.*
- *Lorsque l'étudiant choisit un roman, il prend aussi un magasine une fois sur deux.*
- *La probabilité qu'il emprunte à la fois une bande dessinée et une magasine est* 0.24.
- *Lorsqu'il prend un livre de cours, il n'emprunte pas de magasine.*

1) *Un étudiant entre dans la bibliothèque. On notera*

B *l'événement « il emprunte une bande dessinée »*

R *l'événement « il emprunte un roman»*

C *l'événement « il emprunte un livre de cours»*

M *l'événement « il emprunte une magasine »*

a *– Construire un arbre de probabilité correspondant à cette situation.*

b *– Calculer la probabilité qu'il choisisse un livre de cours.*

c *– Calculer la probabilité qu'il emprunte une magasine sachant qu'il a déjà pris une bande dessinée.*

d *– Calculer la probabilité qu'il reparte avec une magasine.*

e *– Quelle est la probabilité qu'il emprunte un roman sachant qu'il a pris un magasine.*

2) *Trois étudiants sont entrés en même temps et choisissent, de manière indépendante, des ouvrages.*

On suppose que $P(M) = 0.34$.

Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre total des magasines qu'ils empruntent.

a *– Déterminer la loi de probabilité de X.*

b *– Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.*

Exercice n°3:(4.5pts)

Une société vend des machines agricoles. Suite à une restructuration en 1998 elle a pu relancer sa production et ses bénéfices annuels ont évolué comme indiqué dans le tableau suivant :

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Bénéfice : y_i	64	75	100	113	125	127

1) $a -$ *Calculer* $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $V(X)$, $V(Y)$ *et* $Cov(X,Y)$

b $-$ *Construire le nuage de points associé à la série statistique* (x_i, y_i) *dans un repère orthogonal ainsi que son point moyen* G. *Les unités graphiques seront : 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.*

2) $a -$ *Calculer le coefficient de corrélation linéaire. Interpréter le résultat.*

$b -$ *Déterminer une équation de la droite de régression de* y *en* x *en arrondissant les coefficients au centième.*

b $-$ *Tracer cette droite* (D) *dans le repère.*

c $-$ *Quelle prévision ferait – on pour le bénéfice en 2011 avec cette approximation ?*

3) *En observant le nuage de points, on envisage un deuxième modèle d'ajustement donné par* $y = f(x)$ *avec* $f(x) = -2x^2 + 23x + 63$

Quelle prévision ferait – on pour le bénéfice en 2011 avec ce deuxième modèle d'ajustement ?

Exercice n°4:(3.5pts)

1) *Déterminer les solutions de l'équation différentielle* $(E_0) : y'' + y = 0$

2) *On considère l'équation différentielle* $(E_1) : y'' + y = e^x + e^{-x}$

a $-$ *On note* f *une solution quelconque de l'équation* (E_1) *et* g *définie sur* $\mathbb{R}$ *par :*

$$g(x) = f(x) - m(e^x + e^{-x})$$

Déterminer m *pour que* g *soit solution de l'équation différentielle* (E_0)

b $-$ *On pose* $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$, *avec* f *et* g *sont deux fonctions définies sur* $\mathbb{R}$

Montrer que f *est une solution de* (E_1) *si et seulement si* g *est une solution de* (E_0).

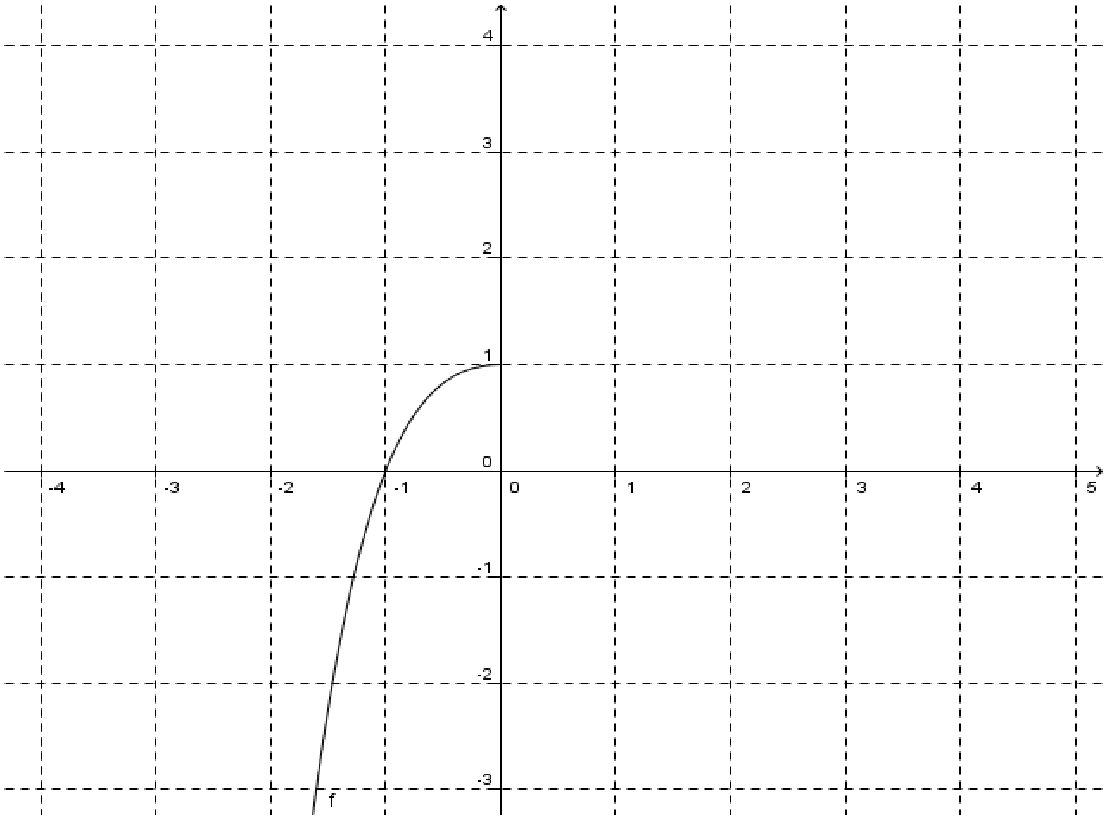
En déduire les solutions f *de* (E_1)

c $-$ *Déterminer la solution* h *de l'équation* (E_1) *qui vérifie* $h(0) = 0$ *et* $h'(0) = 1$

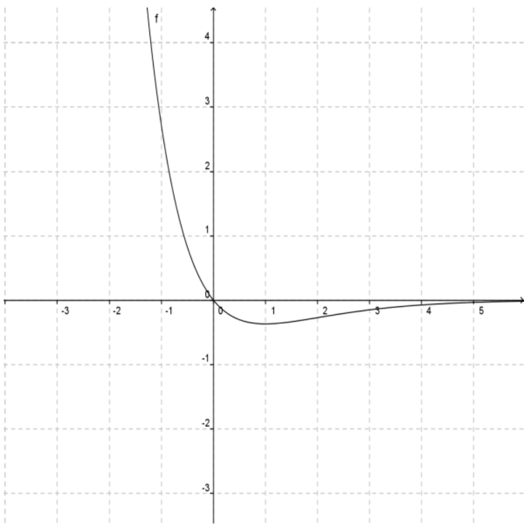
Exercice n°5:(5pts)

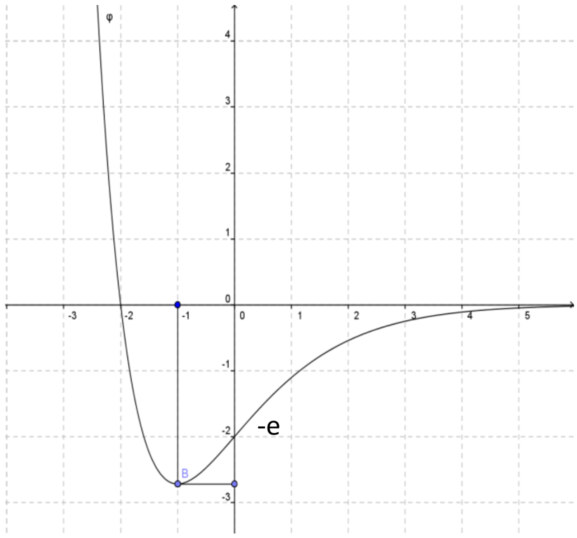
Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$ *La courbe* (C) *ci – dessous est la représentation graphique incomplète d'une fonction* f *dérivable sur* $\mathbb{R}$.

La courbe (C) *passe par les points* $A(-1, 0)$ *et* $B(0, 1)$. *unité graphique : 1cm*



1) *Parmi les représentations graphiques ci − dessous, une représente la fonction dérivée f' de f et une autre représente une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.*





Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F.
Vous expliquerez votre choix.

2) *Déduire en cm^2 l'aire de la région A du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.*

3) *On suppose que $f(x) = (ax + b)e^{-x}$ ou a et b sont des réels.*

a − *Montrer que $f(x) = (x + 1)e^{-x}$.*

b − *Dresser le tableau de variation de la fonction f puis compléter la construction de (C).*

4) *Soit $\alpha \geq -1$ et $I(\alpha) = \int_{-1}^{\alpha} f(x)dx$.*

a − *A l'aide d'une intégration par parties calculer $I(\alpha)$. Retrouver l'aire de la région A.*

b − *Déterminer $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} I(\alpha)$*

Feuille annexe

Nom……………….. **Prénom…………….** **Classe : ………**